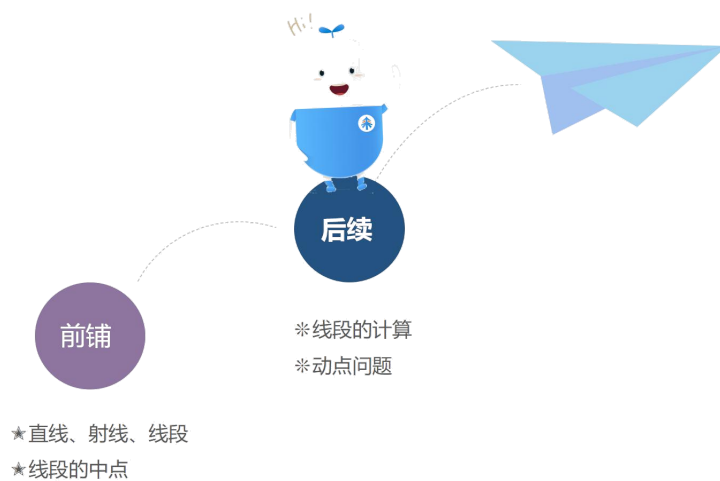
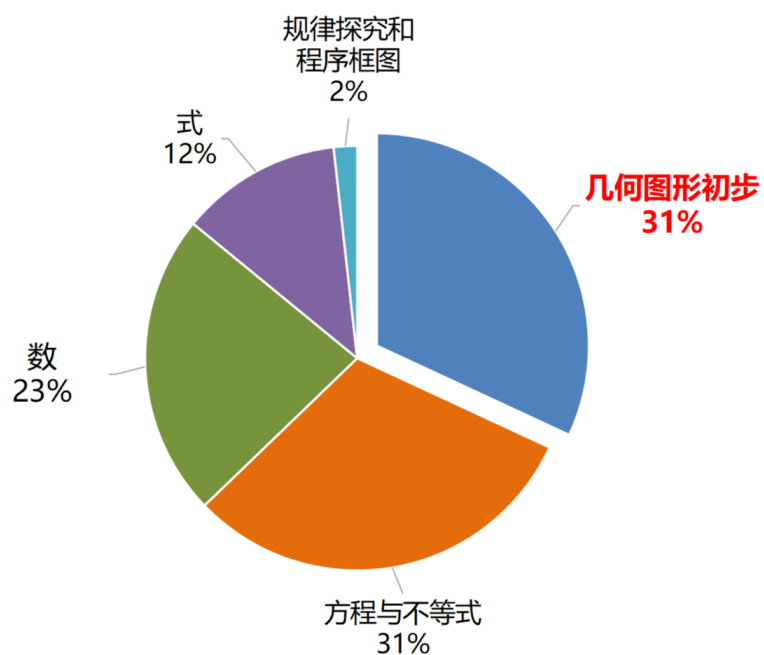


线段计算

知己知彼



一、比例计算

线段比例计算

线段中点：把线段分成_____的线段的点叫做这条线段的中点

线段三等分点：把线段分成_____的线段的点叫做这条线段的三等分点，
一条线段的三等分点有_____个。

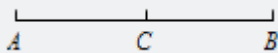
当题目中出现多个线段的比例时，用_____思想设_____来解决问题更为简明清晰。

【教法备注】

1、线段中点：

把线段分成两条相等的线段的点叫做这条线段的中点。

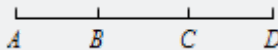
如图，若点 C 将线段 AB 分为相等的两条线段 AC 和 BC ，则点 C 叫做线段 AB 的中点。



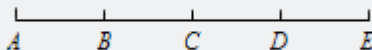
若 A 、 B 、 C 三点在同一直线上，点 C 是线段 AB 的中点，则 $AC = BC = \frac{1}{2}AB$ ；反之
 $AC = BC = \frac{1}{2}AB$ 或 $AB = 2AC = 2BC$ ，则点 C 是线段 AB 的中点。

2、三等分点、四等分点：

如图， B 、 C 是线段 AD 上的两点，且 $AB = BC = CD = \frac{1}{3}AD$ 或 $AD = 3AB = 3BC = 3CD$ ，我们称 B 、 C 是线段 AD 的三等分点。



类似地，还有线段的四等分点，如图所示， $AB = BC = CD = DE = \frac{1}{4}AE$ ，等等。



|| 例题

【知识点拨】

方程思想：

当题目中出现多个线段的比例时，用方程思想设未知数来解决问题更为简明清晰。

一般设法：**设短不设长，设整不设分**

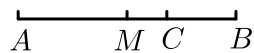
例：若 $AB = 2BC$ ，则设 BC 为 x ，从而 $AB = 2x$ ；

若 $3AB = 2BC$ ，则设 BC 为 $3x$ ，从而 $AB = 2x$

【注意】观察图形线段之间的和差关系，构造方程是解题关键

1.

如图，已知线段 $AB = 18\text{cm}$ ， M 为 AB 的中点，点 C 在线段 AB 上且 $CB = \frac{1}{3}AB$ ，则线段 MC 的长为（ ）。



- A. 1cm B. 2cm C. 3cm D. 4cm

【答案】 C

【解析】 $\because AB = 18\text{cm}$ ， M 为 AB 的中点，

$$\therefore AM = BM = 9\text{cm} ,$$

$$\because CB = \frac{1}{3}AB , AB = 18\text{cm} ,$$

$$\therefore CB = \frac{1}{3} \times 18 = 6\text{cm} ,$$

$$\therefore AC = 12\text{cm} ,$$

$$\therefore MC = AC - AM = 3\text{cm} .$$

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

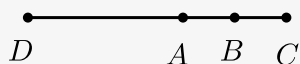
【重点强调】

2018~2019学年天津河北区初一上学期期末第4题3分

2. 已知线段 AB ，在 AB 的延长线上取一点 C ，使 $AC = 2BC$ ，在 AB 的反向延长线上取一点 D ，使 $DA = 3AB$ ，那么线段 DB 是线段 AC 的 _____ 倍。

【答案】 2

【解析】 如下图所示，



$$\text{设 } AB = 1 , \text{ 则 } DA = 3 , AC = 2 ,$$

$$\therefore \text{可得 : } DB = 4 , AC = 2 ,$$

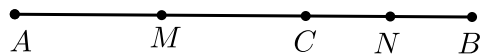
$$\therefore \text{可得 : 线段 } DB \text{ 是线段 } AC \text{ 的 } 2 \text{ 倍 .}$$

故答案为：2。

【标注】【知识点】线段和差-需要分类讨论

【重点强调】

3. 如图所示, C 是线段 AB 上一点, M 是线段 AC 的中点, N 是线段 BC 的中点, $AC:CB=3:2$, $NB=2.5\text{cm}$, 求线段 MN 的长.



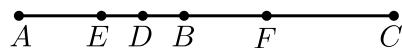
【答案】 $\frac{25}{4}\text{cm}$.

【解析】 $\because M、N$ 分别为 $AC、BC$ 中点,
 $\therefore AM = MC = \frac{1}{2}AC, CN = BN = \frac{1}{2}BC,$
 $\because NB = 2.5\text{cm},$
 $\therefore CN = 2.5\text{cm}, CB = 5\text{cm},$
 $\because AC:CB = 3:2,$
 $\therefore AC = \frac{5}{2} \times 3\text{cm} = 7.5\text{cm},$
 $\therefore MC = \frac{1}{2}AC = \frac{15}{4}\text{cm},$
 $\therefore MN = MC + CN = \frac{15}{4} + \frac{5}{2} = \frac{25}{4}\text{cm}.$
 答: 线段 MN 的长为 $\frac{25}{4}\text{cm}$.

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

【重点强调】

4. 如图, 线段 $BD = \frac{1}{4}AB = \frac{1}{5}CD$, 点 E, F 分别是线段 AB, CD 的中点, $EF = 14\text{cm}$, 求线段 AB, CD 的长.



【答案】 $AB = 16\text{cm}$, $CD = 20\text{cm}$.

【解析】 设 $BD = x\text{cm}$, 则 $AB = 4x\text{cm}$, $CD = 5x\text{cm}$,

$\because E, F$ 分别为 AB, CD 的中点 ,

$\therefore BE = 2x\text{cm}$, $DF = 2.5x\text{cm}$,

$\therefore DE = x\text{cm}$,

$\therefore EF = 3.5x\text{cm}$,

$\therefore 3.5x = 14$,

$x = 4$,

$\therefore AB = 16\text{cm}$, $CD = 20\text{cm}$.

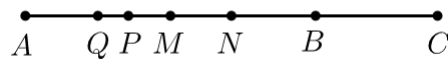
【标注】 【知识点】 线段和差-不需要分类讨论

【重点强调】

2019~2020学年天津南开区初一上学期期末第22题8分

练习

5. 如图, 已知 B 是线段 AC 上的一点, M 是线段 AB 的中点, N 是线段 AC 的中点, P 是 NA 的中点, Q 是 AM 的中点, 则 $MN : PQ = \underline{\quad\quad}$.



【答案】 2

【解析】 $\because P, Q$ 分别为 NA, AM 中点 ,

$\therefore AP = \frac{1}{2}AN$, $AQ = \frac{1}{2}AM$.

$\therefore PQ = AP - AQ$

$= \frac{1}{2}AN - \frac{1}{2}AM$

$= \frac{1}{2}(AN - AM)$

$= \frac{1}{2}MN$.

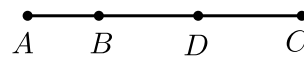
$\therefore MN : PQ = 2$.

【标注】【知识点】线段中点与等分点

【重点强调】

2019~2020学年天津红桥区初一上学期期末第14题3分

6. 如图, $AB = 16\text{cm}$, 延长 AB 到 C , 使 $BC = 3AB$, D 是 BC 的中点, 求 AD 的长度.



【答案】 40cm .

【解析】 $\because AB = 16\text{cm}$,

$$\therefore BC = 3AB = 3 \times 16 = 48\text{cm} ,$$

$\because D$ 是 BC 的中点 ,

$$\therefore BD = \frac{1}{2}BC ,$$

$$= \frac{1}{2} \times 48 ,$$

$$= 24\text{cm} ,$$

$$\therefore AD = AB + BD ,$$

$$= 16 + 24 ,$$

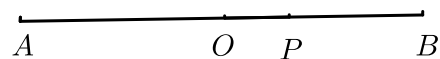
$$= 40\text{cm} .$$

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

【重点强调】

2018~2019学年12月天津河西区天津市第四中学初一上学期月考第20题8分

7. 点 O 是线段 $AB = 28\text{cm}$ 的中点, 而点 P 将线段 AB 分为两部分 $AP : PB = \frac{2}{3} : \frac{4}{15}$, 求线段 OP 的长.



【答案】 6cm .

【解析】 $\because AP : PB = \frac{2}{3} : \frac{4}{15}$,

$$\therefore AP : PB = 5 : 2 ,$$

$$\therefore \text{设 } AP = 5k , PB = 2k ,$$

$$\because AB = 28 ,$$

$$\therefore 5k + 2k = 28 , k = 4 ,$$

$$\because O \text{ 为 } AB \text{ 中点} ,$$

$$\therefore AO = BO = \frac{1}{2} AB ,$$

$$\therefore AO = 14\text{cm} ,$$

$$\because AP = 5k\text{cm} ,$$

$$\therefore AP = 20\text{cm} ,$$

$$\therefore OP = AP - AO ,$$

$$\therefore OP = 20 - 14 = 6\text{cm} ,$$

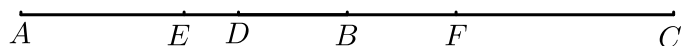
答 : OP 长为 6cm .

【标注】【知识点】线段中点与等分点

【重点强调】

2019~2020 学年 12 月天津南开区天津市津英中学初一上学期月考第 23 题

8. 如图 , 已知线段 AB 和 CD 的公共部分 $BD = \frac{1}{3} AB = \frac{1}{4} CD$, 线段 AB 、 CD 的中点 E 、 F 之间距离是 10cm , 求 AB , CD 的长 .



【答案】 $AB = 12\text{cm}$, $CD = 16\text{cm}$.

【解析】 设 $BD = x\text{cm}$, 则 $AB = 3x\text{cm}$, $CD = 4x\text{cm}$, $AC = 6x\text{cm}$.

$\because$ 点 E 、点 F 分别为 AB 、 CD 的中点 ,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AB = 1.5x\text{cm} , CF = \frac{1}{2}CD = 2x\text{cm} .$$

$$\therefore EF = AC - AE - CF = 6x - 1.5x - 2x = 2.5x\text{cm} .$$

$$\therefore EF = 10\text{cm} ,$$

$$\therefore 2.5x = 10 , \text{解得 } x = 4 .$$

$$\therefore AB = 12\text{cm} , CD = 16\text{cm} .$$

【标注】 【知识点】 线段和差-不需要分类讨论

【重点强调】

2018~2019学年天津红桥区初一上学期末第23题10分

二、转化计算

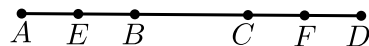
【教法备注】

在解决有关线段的计算问题时 , 一般要注意以下几个方面 :

- (1) 按照已知条件画出图形是正确解题的前提条件 ; 注意分类讨论 , 多解问题 .
- (2) 观察图形 , 找出线段之间的关系 .
- (3) 简单问题可以通过列算式求出 , 复杂的问题可设未知数 , 利用方程解决 .

|| 例题

9. 如图所示 , 点 B 、 C 在线段 AD 上 , E 是线段 AB 的中点 , F 是 CD 的中点 , 若 $EF = m$, $BC = n$, 则线段 AD 的长为 ()



A. $2m - n$

B. $m + n$

C. $2(m - n)$

D. $m - n$

【答案】A

【解析】 $\because E、F$ 分别为 $AB、CD$ 中点，

$$\therefore AE = EB = \frac{1}{2}AB, CF = FD = \frac{1}{2}CD,$$

$$\therefore BE + CF = EF - BC = m - n,$$

$$\therefore AB + CD = 2(BE + CF) = 2(m - n),$$

$$\therefore AD = AB + CD + BC,$$

$$\therefore AD = 2(m - n) + n = 2m - n.$$

故选A.

【标注】【知识点】线段中点与等分点

【知识点】线段和差-不需要分类讨论

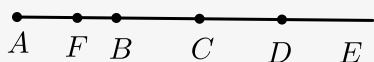
【重点强调】

2019~2020学年12月天津河西区天津市河西区汇德学校初一上学期月考第9题3分

10. 已知：线段 a, b ，且 $a > b$ ．画射线 AE ，在射线 AE 上顺次截取 $AB = BC = CD = a$ ，在线段 AD 上截取 $AF = b$ ，则线段 $FD = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

【答案】 $3a - b$

【解析】如图所示：



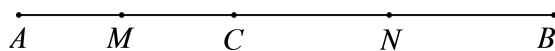
$$DF = AD - AF = AB + CB + CD - AF = 3a - b \text{ 故答案为：} 3a - b.$$

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

【重点强调】

2017~2018学年天津南开区初一上学期期末第15题3分

11. 已知，如图，点 C 在线段 AB 上，且 $AC = 8\text{cm}$ ， $BC = 12\text{cm}$ ，点 $M、N$ 分别是 $AC、BC$ 的中点．



(1) 求线段 MN 的长度．

(2)

在(1)中,如果已知线段 AB 的长为 $(a+b)\text{cm}$,其他条件不变,你能猜测出 MN 的长度吗?请说出你发现的结果,并说明理由.

【答案】 (1) 10cm .

$$(2) MN = \frac{a+b}{2} \text{cm}.$$

【解析】 (1) $\because M、N$ 分别是 $AC、BC$ 的中点,

$$\therefore MC = \frac{1}{2}AC, NC = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore MN = MC + NC$$

$$= \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}BC$$

$$= \frac{1}{2}AB$$

$$= \frac{1}{2}(8+12)$$

$$= 10\text{cm}.$$

$$(2) MN = \frac{a+b}{2} \text{cm},$$

$$\text{由(1)知: } MN = \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}BC$$

$$= \frac{1}{2}AB$$

$$= \frac{1}{2}(a+b)$$

$$= \frac{a+b}{2} \text{cm}.$$

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

【重点强调】

2017~2018学年天津红桥区初一上学期期末第23题5分

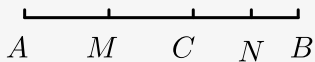
练习

12. 若线段 $AB = a$, C 是线段 AB 上的任意一点, M, N 分别是 AC 和 CB 的中点, 则 $MN =$

_____.

【答案】 $\frac{1}{2}a$

【解析】



$\because M, N$ 分别是 AC, BC 的中点,

$$\therefore CM = \frac{1}{2}AC,$$

$$CN = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore CM + CN = \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore MN = \frac{1}{2}(AC + BC) = \frac{1}{2}AB,$$

$$\because AB = a,$$

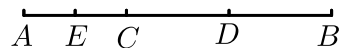
$$\therefore MN = \frac{1}{2}a.$$

【标注】【知识点】线段和差-需要分类讨论

【重点强调】

2018~2019学年12月天津河西区天津市第四中学初一上学期月考第14题3分

13. 如图, 点 C, D 为线段 AB 的三等分点, 点 E 为线段 AC 的中点, 若 $ED = 9$. 求线段 AB 的长度.



【答案】 $AB = 18$.

【解析】 设 AE 长为 x ,

$\because E$ 为线段 AC 的中点,

$$\therefore EC = AE = x, AC = 2x,$$

$\because C, D$ 为线段 AB 的三等分点,

$$\therefore CD = DB = AC = 2x,$$

$$\therefore ED = EC + CD = x + 2x = 3x = 9,$$

$$\therefore x = 3,$$

$$\therefore AB = AC + CD + DB = 2x + 2x + 2x = 6x = 6 \times 3 = 18.$$

故答案为：18.

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

【重点强调】

2019~2020学年天津河西区初一上学期期末第20题8分

14. 如图，已知 $AB : AC = 1 : 3$ ， $AC : AD = 1 : 4$ ，且 $AB + AC + AD = 40$ ，则 $CD =$ _____.



【答案】 $\frac{45}{2}$

【解析】设 $AB = x$ ，则 $AC = 3x$ ， $AD = 12x$ 。

$$\text{则 } x + 3x + 12x = 40, \quad 16x = 40, \quad x = \frac{5}{2}.$$

$$\therefore CD = AD - AC = 12x - 3x = 9x.$$

$$\therefore CD = 9x = \frac{45}{2}.$$

【标注】【知识点】一元一次方程的几何问题

【重点强调】

2019~2020学年12月天津南开区天津市津英中学初一上学期月考第15题

三、分类讨论

【教法备注】

当题目无图，或题干出现“直线”时，一定要思考是否会有多种情况。

【注意】一般是因线段及端点位置的不确定性而需要讨论，点在线上或点在线外。

1. 一般分类讨论问题

|| 例题

【知识点拨】

按照已知条件画出图形是正确解题的前提条件；注意分类讨论，多解问题。

15. 同一直线上有 A 、 B 、 C 三点，已知线段 $AB = 5\text{cm}$ ，线段 $AC = 4\text{cm}$ ，则线段 BC 的长度（ ）。

A. 9cm

B. 1cm

C. 9cm或1cm

D. 无法确定

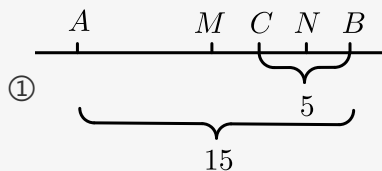
【答案】 C**【解析】** ① C 在线段 AB 上时, $BC = AB - AC = 5 - 4 = 1(\text{cm})$.② C 在线段 BA 延长线上时, $BC = AB + AC = 5 + 4 = 9(\text{cm})$.

故选 C.

【标注】 【知识点】 线段和差-需要分类讨论**【重点强调】**

2019~2020 学年 12 月天津河西区新华圣功学校初一上学期月考第 5 题 3 分

16. 已知: A 、 B 、 C 三点在一条直线上, 且线段 $AB = 15\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$, 点 M 、 N 分别是 AB 、 BC 的中点, 则线段 $MN =$ _____.

【答案】 5或10**【解析】** $\because M$ 、 N 分别为 AB 、 BC 中点,

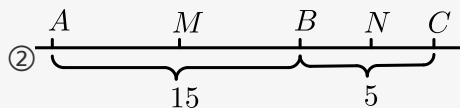
$$\therefore BM = \frac{1}{2}AB, BN = \frac{1}{2}BC,$$

 $\therefore MN = MB - BN,$

$$\therefore MN = \frac{1}{2}AB - \frac{1}{2}BC$$

$$= \frac{1}{2}(AB - BC)$$

$$= 5.$$

 $\because M$ 、 N 分别为 AB 、 BC 中点,

$$\therefore BM = \frac{1}{2}AB, BN = \frac{1}{2}BC,$$

 $\therefore MN = BM + BN,$

$$\therefore MN = \frac{1}{2}AB + \frac{1}{2}BC$$

$$= \frac{1}{2}(AB + BC)$$

$$= 10.$$

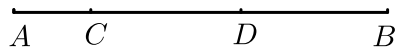
所以 $MN = 5$ 或 10 .

【标注】【知识点】线段中点与等分点

【重点强调】

2019~2020学年12月天津河西区天津市河西区汇德学校初一上学期月考第17题3分

17. 如图, 点 C 是线段 AB 上一点, D 为 BC 的中点, 且 $AB = 12\text{cm}$, $BD = 5\text{cm}$. 若点 E 在直线 AB 上, 且 $AE = 3\text{cm}$, 则 DE 的长为 () .



A. 4cm

B. 15cm

C. 3cm或15cm

D. 4cm或10cm

【答案】D

【解析】①当 E 在 A 点右侧时,

$\because D$ 为 BC 的中点,

$$\therefore BD = CD = \frac{1}{2}BC = 5\text{cm},$$

$$\therefore BC = 10\text{cm},$$

$$\therefore AC = AB - BC = 2\text{cm},$$

$$\text{又} \because AE + DE = AD = AC + DC = 7\text{cm},$$

$$\therefore DE = 7 - 3 = 4\text{cm}.$$

②当 E 在 A 点左侧时,

$\because D$ 为 BC 的中点,

$$\therefore BD = CD = 5\text{cm},$$

$$\therefore AC = AB - 2BD = 2\text{cm},$$

$$\therefore AE = 3\text{cm},$$

$$\therefore DE = AE + AC + CD = 10\text{cm}.$$

故选D.

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

【重点强调】

2018~2019学年天津和平区初一上学期期末第11题2分

18. 已知关于 m 的方程 $\frac{1}{3}(m - 14) = -2$ 的解也是关于 x 的方程 $2\left(x - \frac{1}{2}\right) - n = 11$ 的解.

(1) 求 m, n 的值.

(2) 若线段 $AB = m$ ，在直线 AB 上取一点 P ，恰好使 $\frac{AP}{PB} = n$ ，点 Q 是 PB 的中点，求线段 AQ 的长。

【答案】(1) $m = 8; n = 4$ 。

(2) $\frac{36}{5}$ 或 $\frac{28}{3}$ 。

【解析】(1) $\frac{1}{3}(m - 14) = -2$,

$$m - 14 = -6,$$

$$m = 8.$$

将 $x = 8$ 代入 $2\left(x - \frac{1}{2}\right) - n = 11$ 中，

$$\text{得 } 2\left(8 - \frac{1}{2}\right) - n = 11,$$

$$16 - 1 - n = 11,$$

$$n = 4.$$

(2) ① 

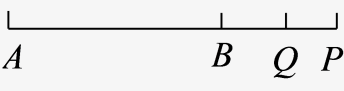
$$AB = 8, \frac{AP}{PB} = 4,$$

$$\therefore AP = \frac{32}{5}, PB = \frac{8}{5}.$$

$\because Q$ 是 PB 的中点，

$$\therefore PQ = \frac{1}{2}PB = \frac{4}{5},$$

$$\therefore AQ = AP + PQ = \frac{32}{5} + \frac{4}{5} = \frac{36}{5}.$$

② 

设 $PB = x$ ，则 $AP = 8 + x$ 。

$$\therefore \frac{AP}{PB} = 4,$$

$$\therefore \frac{8+x}{x} = 4,$$

$$\therefore x = \frac{8}{3}, \text{ 即 } PB = \frac{8}{3}.$$

$\because Q$ 是 PB 中点，

$$\therefore BQ = \frac{1}{2}PB = \frac{4}{3},$$

$$\therefore AQ = AB + BQ = 8 + \frac{4}{3} = \frac{28}{3}.$$

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

【重点强调】

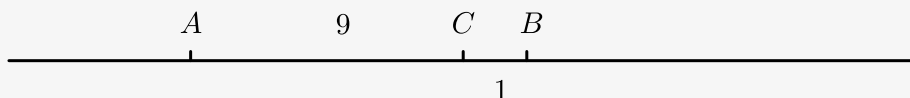
2017~2018学年天津和平区初一上学期期末第24题9分

练习

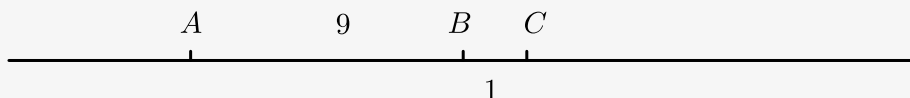
19. 已知 A 、 B 、 C 为直线 l 上的三点，线段 $AB = 9$ ， $BC = 1$ ，那么 A 、 C 两点间的距离是_____.

【答案】8或10

【解析】



$$\begin{aligned} AC &= AB - BC \\ &= 9 - 1 \\ &= 8 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} AC &= AB + BC \\ &= 9 + 1 \\ &= 10 \end{aligned}$$

故答案为：8或10.

【标注】【知识点】线段和差-需要分类讨论

【重点强调】

2019~2020学年12月天津河西区天津市河西区汇德学校初一上学期月考第12题3分

20. 在一条直线上顺次取 A 、 B 、 C 三点， $AB = 5\text{cm}$ ，点 O 是线段 AC 的中点，且 $OB = 1.5\text{cm}$ ，则 BC 的长是() cm .

A. 6

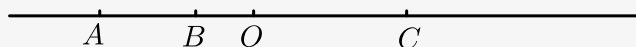
B. 8

C. 2或6

D. 2或8

【答案】D

【解析】如图：当 B 在 O 点左侧时，



$$\therefore AB = 5\text{cm}, OB = 1.5\text{cm},$$

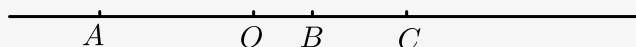
$$\therefore OA = AB + OB = 6.5\text{cm}.$$

$\therefore O$ 是 AC 的中点，

$$\therefore OC = OA = 6.5\text{cm},$$

$$\therefore BC = OB + OC = 8\text{cm},$$

如图：当 B 在 O 点右侧时，



$$\therefore AB = 5\text{cm}, OB = 1.5\text{cm},$$

$$\therefore OA = AB - OB = 3.5\text{cm},$$

$\therefore O$ 是 AC 的中点，

$$\therefore OC = OA = 3.5\text{cm}.$$

$$\therefore BC = OC - OB = 2\text{cm}.$$

故选D.

【标注】【知识点】线段和差-需要分类讨论

【重点强调】

2019~2020学年天津和平区初一上学期期末第11题2分

21. 已知线段 $AB = 20\text{cm}$ ， C 为直线 AB 上一点，且 $AC = 4\text{cm}$ ， M ， N 分别是 AC 、 BC 的中点，则线段 MN 的长度为（ ）.

A. 10cm

B. 6cm

C. 8cm

D. 10cm或8cm

【答案】A

【解析】不论 C 在线段 AB 上还是直线 AB 上， MN 一直等于10.

【标注】【知识点】线段和差-需要分类讨论

【重点强调】

2018~2019学年12月天津和平区天津市兴南中学初一上学期月考第11题2分

22.

已知 C 为线段 AB 上一点，关于 x 的两个方程 $\frac{1}{2}(x+1)=m$ 与 $\frac{2}{3}(x+m)=m$ 的解分别为线段 AC 、 BC 的长。

(1) 当 $m=2$ 时，求线段 AB 的长。

(2) 若 C 为线段 AB 的三等分点，求 m 的值。

【答案】 (1) $AB=4$ 。

(2) $m=\frac{4}{7}$ 或 $m=1$ 。

【解析】 (1) 当 $m=2$ 时，

$$\frac{1}{2}(x+1)=2,$$

解得： $x=3$ 。

$$\frac{2}{3}(x+2)=2,$$

解得： $x=1$ 。

则 $AB=1+3=4$ 。

(2) 由 $\frac{1}{2}(x+1)=m$ 可得： $x=2m-1$ ，

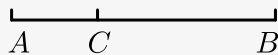
故 $AC=2m-1$ ，

由 $\frac{2}{3}(x+m)=m$ 可得： $x=\frac{3}{2}m-m=\frac{1}{2}m$ ，

故 $BC=\frac{1}{2}m$ ，

$$\textcircled{1} \because AC=\frac{1}{3}AB, BC=\frac{2}{3}AB,$$

$$\therefore AC=\frac{1}{2}BC,$$



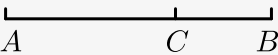
$$2m-1=\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}m,$$

$$\frac{7}{4}m=1,$$

$$m=\frac{4}{7}.$$

$$\textcircled{2} \because AC=\frac{2}{3}AB, BC=\frac{1}{3}AB,$$

$$\therefore AC=2BC,$$



$$2m-1=2 \times \frac{1}{2}m,$$

$$\therefore m=1.$$

【标注】【知识点】常规一元一次方程解法

【重点强调】

2018~2019学年天津和平区初一上学期期末第24题8分

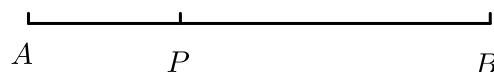
2. 绳子折叠问题

【教法备注】

绳子折叠问题要注意讨论“折痕”在哪里

|| 例题

23. 如图所示，把一根绳子对折成线段 AB ，从 P 处把绳子剪断，已知 $AP = \frac{1}{2}PB$ ，若剪断后的各段绳子中最长的一段为40cm，则绳子的原长为（ ）。



- A. 30cm B. 60cm C. 120cm D. 60cm或120cm

【答案】D

【解析】设 $AP = x\text{cm}$ ，则 $BP = 2x\text{cm}$ ，

①当含有线段 AP 的绳子最长时， $x + x = 40$ ，

解得： $x = 20$ ，

即绳子的原长是 $2(x + 2x) = 6x = 120(\text{cm})$ ；

②当含有线段 BP 的绳子最长时， $2x + 2x = 40$ ，

解得： $x = 10$ ，

即绳子的原长是 $2(x + 2x) = 6x = 60(\text{cm})$ ；

故绳长为60cm或120cm。

故选：D。

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

【重点强调】

2014~2015学年天津红桥区初一上学期期末第11题3分

24. 把一根绳子对折成线段 AB ，从 P 处把绳子剪断，已知 $AP = \frac{1}{3}PB$ ，若剪断后的各段绳子中最长的一段为30cm，则绳子的原长为 _____ cm .

【答案】 40或80

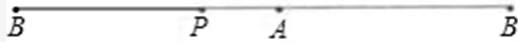
【解析】 本题有两种情形：

①当点 A 是绳子的对折点时，将绳子展开如图 .

$\because AP = \frac{1}{3}PB$ ，剪断后的各段绳子中最长的一段为30cm，

$\therefore BP = 30\text{cm}$ ， $AP = 10\text{cm}$.

$\therefore$ 绳子的原长 $=2AB = 80\text{cm}$ ；



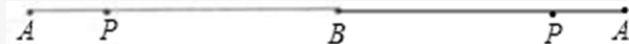
②当点 B 是绳子的对折点时，将绳子展开如图 .

$\because AP = \frac{1}{3}PB$ ，剪断后的各段绳子中最长的一段为30cm，

$\therefore 2BP = 30\text{cm}$ ，

$\therefore BP = 15\text{cm}$ ， $AP = 5\text{cm}$.

$\therefore$ 绳子的原长 $=2AB = 40\text{cm}$.



【标注】【知识点】线段和差-需要分类讨论

练习

25. 如图所示，把一根绳子对折成线段 AB ，从 P 处把绳子剪断，已知 $AP = \frac{1}{3}PB$ ，若剪断后的各段绳子中最长的一段为90cm，则绳子的原长为 _____ cm或 _____ cm（请按从小到大的顺序填空） .



【答案】 120；240

【解析】 设 $AP = x$ ，则 $BP = 3x$.

（1）若 A 是绳子的对折点，则最长一段为 $PB = 90$ ，故 $AP = 30$.

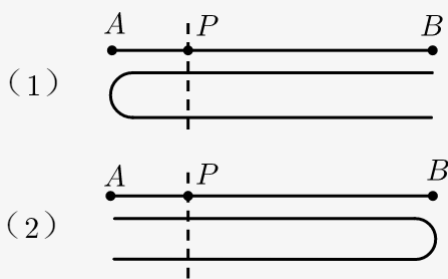
绳子的原长为 $2(AP + PB) = 2 \times (90 + 30) = 240(\text{cm})$

（2）若 B 是绳子的对折点，则最长一段为 $2BP = 90$ ，解得 $BP = 45$

由 $BP = 3x$ ，可得 $x = 15$ ， $AP = x = 15$.

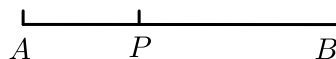
绳子的原长为 $2(AP + BP) = 2 \times (15 + 45) = 120(\text{cm})$

综上，绳子的原长为240cm或120cm .



【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

26. 如图，将一根绳子对折以后用线段 AB 表示，现从 P 处将绳子剪断，剪断后的各段绳子中最长的一段为60，若 $AP = \frac{2}{3}PB$ ，则这条绳子的原长为（ ）.



A. 100或120

B. 120或150

C. 100或150

D. 120或150

【答案】C

【解析】当 PB 的2倍最长时，

$$PB = 30,$$

$$AP = \frac{2}{3}PB = 20,$$

$$\therefore AB = 50,$$

$$\text{原绳长的长度为 } 2AB = 100.$$

当 AP 的2倍最长时，

$$AP = 30,$$

$$\therefore AP = \frac{2}{3}PB,$$

$$\therefore PB = \frac{3}{2}AP = 45,$$

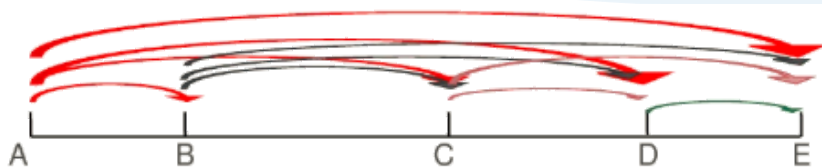
$$\therefore AB = AP + PB = 30 + 45 = 75,$$

$$\therefore \text{绳子的原长为 } 2AB = 150.$$

【标注】【知识点】线段和差-需要分类讨论

四、数线段求和问题

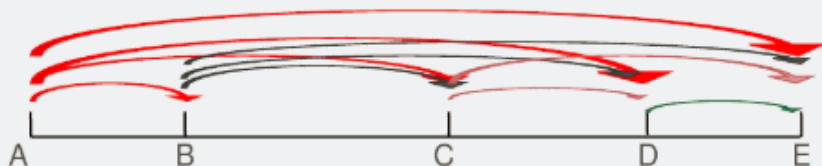
问题情境：数出图中共有几条线段？



数线段有规律吗？

【教法备注】

【问题情境】数出图中共有几条线段？



数线段有规律吗？

法一：

以A为端点的： AB, AC, AD, AE ——4条

以B为端点的： BC, BD, BE ——3条

以C为端点的： CD, CE ——2条

以D为端点的： DE ——1条

总共： $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ 条

法二：

基本线段： AB, BC, CD, DE

组合线段：

①中间有一个隔点： AC, BD, CE

②中间有两个隔点： AD, BE

③中间有三个隔点： AE

【结论】 n 个端点：线段条数为 $(n-1) + (n-2) + \cdots + 2 + 1 = \frac{n(n-1)}{2}$

【注意】数线段的时候要按照一定顺序，分类计数

例题

【知识点拨】

数线段要掌握一定的方法和规律，必须做到不重不漏。

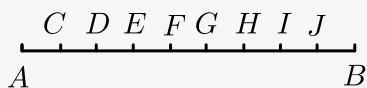
一般方法是从左起第一个点数起，使第一个点和它右边的每一个各组合一次，得到 $(n-1)$ 条线段，然后再从左起第二个点数起，使它和它右边的每个点组合一次，又得到 $(n-2)$ 条线段， $\cdots$ ，依次数下去，最后再相加。

若一条直线上有 n 个点，则线段的条数为 $(n-1) + (n-2) + \cdots + 2 + 1 = \frac{n(n-1)}{2}$ 。

27. 线段AB之间有8个点，则共有 _____ 条线段。

【答案】 45

【解析】



从点A出发线段有9条，

从点C出发有8条，

从点D出发有7条，

……，

从点J出发有1条，

综上： $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = \frac{9 \times (1 + 9)}{2} = 45$ 条。

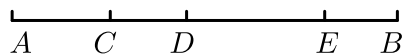
故答案为：45。

【标注】【知识点】直线、射线和线段数相关计算问题

【重点强调】

2019~2020学年11月天津和平区天津市第一中学初一上学期月考第16题3分

28. 如图，线段 $AB = 10$ ， C ， D ， E 分别为线段 AB （端点 A ， B 除外）上顺次三个不同的点，图中所有的线段和等于52，则 $CE =$ _____。



【答案】 6

【解析】由题意得： $AC + AD + AE + AB + CD + CE + CB + DE + DB + EB = 52$ ，

则 $(AC + CB) + (AD + DB) + (AE + EB) + AB + (CD + DE) + CE = 52$ ，

$\therefore AB + AB + AB + AB + 2CE = 52$ ，

$\therefore 4AB + 2CE = 52$ ，

$\therefore CE = \frac{52 - 4AB}{2} = \frac{52 - 40}{2} = 6$ 。

故答案为6。

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

【重点强调】

2019~2020学年12月天津和平区天津市双菱中学初一上学期月考第17题

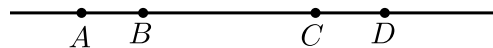
29. 解答下列各题：

(1) 如图：A、B、C、D四点在同一直线上，若 $AB = CD$ 。

①图中共有 _____ 条线段。

②比较线段的大小： AC _____ BD (填“>”、“=”或“<”)。

③若 $BC = \frac{2}{3}AC$ ，且 $AC = 6\text{cm}$ ，则 AD 的长为 _____ cm 。



(2) 已知线段 $AB = 8\text{cm}$ ，在直线 AB 上有一点 C ，且 $BC = 4\text{cm}$ ，点 M 是线段 AC 的中点，求线段 AM 的长。

【答案】 (1) ①6

②=

③8

(2) 2cm或6cm。

【解析】 (1) ①任取其中两点作为线段的端点，则可以得到的线段为： AB 、 AC 、 AD 、 BC 、 BD 、 CD ，共有6条。

故答案为：6。

② $\because AB = CD$ ，

$\therefore AB + BC = CD + BC$ ，

$\therefore AC = BD$ 。

故答案为：=。

③ $\because BC = \frac{2}{3}AC$ ，且 $AC = 6\text{cm}$ ，

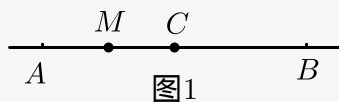
$\therefore BC = 4\text{cm}$ ，

$\therefore AB = CD = AC - BC = 2\text{cm}$ ，

$\therefore AD = AC + CD = 8\text{cm}$ 。

故答案为：8。

(2) 如图，当 C 在线段 AB 上时，



由线段的和差，得：

$$AC = AB - BC = 8 - 4 = 4 \text{ (cm)},$$

由M是线段AC的中点，得：

$$AM = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \text{ (cm)},$$

如图2，当C在线段AB的延长线上时，

由线段的和差，得：

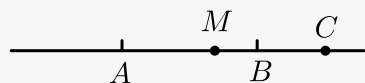


图 2

$$AC = AB + BC = 8 + 4 = 12 \text{ (cm)},$$

由M是线段AC的中点，得：

$$AM = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)},$$

综上所述：AM的长为2cm或6cm.

【标注】【知识点】线段中点与等分点

【重点强调】

2016~2017学年天津滨海新区初一上学期期末第23题10分

练习

30. 一条直线上有8个点，则以这8个点为端点的线段共有（ ）.

A. 7条

B. 14条

C. 16条

D. 28条

【答案】D

【解析】
$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \times 8 \times (8 - 1) \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times 7 \\ &= 28 \text{ (条)}. \end{aligned}$$

答：以这8个点为端点的线段共有28条.

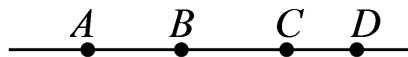
【标注】【能力】运算能力

【知识点】直线、射线和线段数相关计算问题

【重点强调】

2016~2017学年天津武清区初一上学期期末第9题3分

31. 如图所示， A 、 B 、 C 、 D 在同一条直线上，则图中总共有 _____ 条直线， _____ 条射线， _____ 条线段．



【答案】 1；8；6

【解析】 直线：仅仅只有一条；

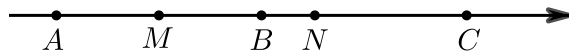
线段：一段一段数： AB 、 BC 、 CD ；

两段两段数： AC 、 BD ；三段三段数： AD ；共6条；

射线：以四个点为端点，往左右两侧各一条，共8条．

【标注】 【知识点】 直线、射线和线段数相关计算问题

32. 如图，点 A 、 M 、 B 、 N 、 C 在同一直线上顺次排列，点 M 是线段 AB 的中点，点 N 是线段 MC 的中点，点 N 在点 B 的右边．



- (1) 填空：图中共有线段 _____ 条．
(2) 若 $AB = 6$ ， $MC = 7$ ，求线段 BN 的长（解答要有必要的解题步骤）．
(3) 若 $AB = a$ ， $MC = 7$ ，将线段 BN 的长用含 a 的代数式表示出来为 _____ ．

【答案】 (1) 10

(2) 0.5 ．

(3) $3.5 - \frac{1}{2}a$

【解析】 (1) 图中共有线段 $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ 条，故答案为：10 ．

(2) $\because AB = 6$ ，点 M 是线段 AB 的中点，

$$\therefore BM = \frac{1}{2}AB = 3 ,$$

$\because MC = 7$, 点 N 是线段 MC 的中点 ,

$$\therefore NC = \frac{1}{2}MC = 3.5 , BC = MC - BM = 7 - 3 = 4 ,$$

$$\therefore BN = BC - NC = 4 - 3.5 = 0.5 .$$

(3) $\because AB = a$, 点 M 是线段 AB 的中点 ,

$$\therefore BM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}a ,$$

$\because MC = 7$, 点 N 是线段 MC 的中点 ,

$$\therefore NC = \frac{1}{2}MC = 3.5 , BC = MC - BM = 7 - \frac{1}{2}a ,$$

$$\therefore BN = BC - NC = 7 - \frac{1}{2}a - 3.5 = 3.5 - \frac{1}{2}a .$$

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论